

Compte-rendu de la conférence de Michel Vinais du 4 décembre 2001 à Parthenay.

« DIFFICULTES EN RESOLUTION DE PROBLEMES MATHÉMATIQUES »

Michel Vinais est maître E, formateur au centre AIS de Tours.
michel.vinai@orleans-tours.iufm.fr

Ses références pour cette conférence :

A partir des réflexions des anglo-saxons et des canadiens sur l'acquisition du système numérique et sur la résolution de problèmes, ces recherches ont été relayées en France depuis 1986 par :

Gérard Vergnaud : il a insisté sur l'importance de la confrontation à toutes les situations d'utilisation de l'opération (structures additive et multiplicative), théorie des champs conceptuels.

J. Julio : il s'est intéressé à la difficulté des adolescents en résolution de problèmes, et a développé des aides à la représentation en résolution de problèmes.

Henri Planchon : coauteur d'une approche : Activités Cognitives et Images Mathématiques (ACIM).

GEPALM : Groupe d'Étude des Psychopathologies des Activités Logico-Mathématiques, a une entrée beaucoup plus ré éducative, un travail autour du problème.

INTRODUCTION

- Raisonner c'est faire des inférences.

Exemple de l'histoire du papillon, les inférences de l'élève et du maître ne sont pas de même type, pour le premier elles sont procédurales, pour le second, implicites de type causal.

- Y a-t-il une méthodologie de résolution de problèmes ?

Exemple de Pierre, CM1, la méthodologie ne suffit pas.

- Les difficultés en mathématiques sont sans doute plus importantes que ne le montrent les évaluations CE2, il existe une préparation aux évaluations.

« L'aide aux apprentissages » cycle II CNDP, construit à partir des échecs aux évaluations CE2.

- Résoudre un problème c'est trouver une opération.

Stella Baruk parle d'« auto-math » : les élèves enclenchent une réponse sans se poser le sens de la question.

Que représente un problème pour ces élèves ?

Qu'est-ce qui pose problème dans un problème ?

Quel type de réponse proposer en remédiation ?

Plan de l'exposé :

I) Comment a évolué au cours de l'histoire l'enseignement de la résolution de problèmes ?

II) Définition de l'activité de résolution de problèmes.

III) Analyse de types de difficultés, à quoi renvoient-elles ?

IV) Quels types de problèmes proposer aux élèves d'un point de vue didactique, cinq types à mettre en œuvre.

V) Représentations et stratégies mises en œuvre.

VI) Qu'est-ce que résoudre un problème mathématique, pistes de remédiation.

Réflexions (cf. document de Henri Planchon « Problème de mathématique et mathématique du problème »)

Mise en situation : le système MIU

Analyse du comportement des participants :

« Les maths, j'aime pas », rejet d'ordre affectif et non intellectuel.

« Je me suis découragé quand un autre a trouvé » ou l'abandon ou bout d'un moment de recherches infructueuses, les émotions sont en avant.

Le rapport aux règles : envie de les inverser, d'en inventer de nouvelles.

« J'ai vu que cela n'aboutissait pas », nous agissons mais tout en étant observateurs de ce que nous faisons. Si ça ne « marche » pas, nous remettons en cause notre démarche ce qui nous amène à adopter une autre stratégie. Les enfants eux ne sont pas observateurs de ce qu'ils font.

Transformer la situation pour la ramener à des lois mathématiques connues.

I) HISTORIQUE DE L'ENSEIGNEMENT DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES

1945 - Les problèmes sont abordés uniquement en fin d'apprentissage : il fallait avoir vu toutes les notions en jeu auparavant. (Cette démarche pédagogique, du simple au complexe, s'avéra erronée en mathématiques comme dans d'autres domaines.

Cf. la démarche de Henri Planchon qui préconise des situations complexes d'emblée.)

- Les problèmes doivent être en relation étroite avec des situations de la vie quotidienne.

1970, sous l'influence de Jean Piaget : mathématiques modernes, notions de structure, de schéma, la conception des problèmes doit mettre en valeur l'activité de l'élève.

Résoudre un problème, c'est alors savoir identifier la structure, rechercher le bon schéma.

1978/1980, l'utilisation des techniques opératoires sans sens amène l'école à repenser la résolution de problèmes. On travaille sur la méthodologie : se poser des questions, mettre en relation des questions et des données.

1985, les textes dissocient la résolution de problèmes et les mathématiques. Le problème doit être non seulement une situation d'utilisation des outils mathématiques mais aussi l'occasion d'une véritable recherche.

1995, la résolution de problèmes devient un défi intellectuel. Il faut « proposer de véritables situations de recherche pour lesquelles l'élève ne dispose pas de démarches préalablement élaborées. »

(Cf. ERMEL CM1-CM2, EILER propose à 80% des exercices d'assimilation mais pas d'accommodation)

II) DEFINITION DE L'Activité DE RESOLUTION DE PROBLEMES

Bibliographie

J. Brun (psychologue) « La résolution de problèmes arithmétiques – Bilan et perspectives »

Dans la revue « Math-Ecole » n°14 (1990)

Dans une perspective psychologique, un problème comprend généralement « une situation initiale avec un but à atteindre. Le sujet doit élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but.

Il n'y a de problème que dans un rapport sujet/situation où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. »

Remarques :

Une « suite d'actions » renvoie à des objets concrets, des situations vécues et pas seulement représentées.

Une « suite d'opérations » (actions intériorisées) renvoie à la capacité à agir sur la symbolique mathématique.

Le rapport sujet/situation est fonction du niveau intellectuel, des compétences du sujet. Un problème pour l'un, ne le sera pas pour un autre.

La résolution de problèmes recouvre deux types d'activités :

- Les exercices d'application, seul l'habillage change (sont différents des exercices d'entraînement, identiques, répétitifs)
- Les problèmes où l'élève doit mettre en chantier ses compétences, mobiliser ses connaissances, gérer les données (numériques plus que les autres), inventer, contrôler et valider le résultat.

III) LES DIFFICULTES AUTOUR DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES

Les difficultés en résolution de problèmes peuvent renvoyer à différents domaines :

- Numérique

Si le nombre n'a pas de sens, l'opération sur le nombre n'a pas de sens.

Il faut faire des investigations pour savoir ce que comprend l'élève du système numérique.

- L'énoncé de problème

C'est une typologie particulière de texte.

L'énoncé met en interaction 3 langages : le langage ordinaire, naturel (description d'une situation), le langage mathématique et le langage symbolique (ex. Triangle, chiffre ...).

Il peut être source de difficulté, notamment au niveau du vocabulaire (ex. « ranger » veut dire mettre de l'ordre en langage ordinaire et sérier, mettre de l'ordre du point de vue de la taille en mathématiques).

- La lecture

- Le traitement de l'information

Identifier ce que l'on cherche, savoir mettre en relation les unités et les écritures mathématiques.

- La symbolique

Habituellement pour signifier, il y a un signifiant. Mais parfois en mathématiques, il n'y a pas de signifiant supplémentaire, par exemple c'est la position qui donne une signification différente.

- **Le raisonnement**

Être capable de faire des inférences, de reconstruire « l'histoire », sérier, repérer des algorithmes.

R. Feuerstein « Penser c'est faire des liens. »

- **Le questionnement**

L'élève doit avoir un sens critique, questionner ce qu'il produit.

- **L'affectivité**

La notion de problème renvoie à la notion de problème personnel. Un grand nombre de mots utilisés en mathématiques ont une connotation affective : manque, partage, opération, pair (père)...

- **Le contrat didactique**

L'enfant a compris que lorsque l'enseignant lui propose un travail, il a une attente. Mais celle-ci est plus ou moins explicite (Ex. Continue : 2-4-6-8 =>10-12-14 ou => 2-4-6-8)

IV) DEFINITION ET ANALYSE DES DIFFERENTES SITUATIONS PROBLEMES

Les situations problèmes proposées doivent être nombreuses et diverses :

- **Des situations fonctionnelles**

Elles sont en rapport avec la réalité de la classe, en rapport avec le vécu des élèves. Les mathématiques sont alors un outil pour résoudre un problème en situation avant d'atteindre la symbolique mathématique.

Elles développent la capacité à mettre en actes, les compétences procédurales.

Mais ces situations fonctionnelles ne permettent pas toujours de travailler le domaine voulu.

- **Des situations pseudo-concrètes**

« On fait comme si ... », « Imaginons qu'on voudrait faire ... »

Ce sont les situations des manuels scolaires.

- **Des situations abstraites**

Elles portent sur les nombres eux-mêmes, elles sont théoriques et se rapprochent de ce que font les mathématiciens (Ex. Peut-on trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 25 ?)

Elles permettent à l'élève de manipuler les nombres.

Elles peuvent prendre la forme de jeux (carré magique), de problèmes ouverts (Combien de temps faudrait-il pour compter jusqu'à un milliard ?)

V) REPRESENTATIONS ET STRATEGIES MISES EN ŒUVRE

Mise en situation : Trouver le nombre de chemins ...

Les stratégies et procédures mises en œuvre sont fonction des compétences de chacun : le dessin de toutes les solutions, la référence topologique (à chaque intersection il y a deux possibilités), la référence mathématique (combinaisons et arrangements).

Bien préciser à l'élève que chercher fait partie de l'activité de résolution de problème.

VI) QU'EST-CE QUE RESOUDRE UN PROBLEME MATHEMATIQUE ?

- 1- S'appropriier le texte, expliquer tout le lexique, analyser mais laisser le soin à l'élève de faire les inférences nécessaires.
- 2- Se donner une représentation imagée (mentale ou schématisée (1970)), organiser les données.
En psychologie cognitive, une représentation est le résultat d'une activité mentale, c'est différent d'une simple image mentale.
J. Julo « Comprendre quelque chose c'est construire une représentation d'une chose. »
- 3- Déterminer une stratégie personnelle de résolution, mettre en signes mathématiques.
- 4- Valider le résultat, critiquer (Est-ce qu'il y a contradiction entre le résultat et l'attente ?).
- 5- Échanger collectivement des procédures.
Ce temps permet à l'élève d'intégrer ce qu'il a fait en le mettant en mots pour les autres.

VII) PISTES DE REMEDIATION

- **Le cadre théorique des champs conceptuels de Gérard Vergnaud et la résolution de problèmes.**

Être capable d'utiliser une addition, une soustraction dans la structure additive ne sera véritablement possible que lorsque l'élève aura pu être confronté à une variété relativement grande de situations faisant intervenir, soit une addition, soit une soustraction, soit la combinaison des deux.

Il y a quatre grandes classes de situations problèmes :

- La composition de deux états.
- La transformation d'un état.
- La comparaison d'états.
- La composition de transformations.

Les situations varient selon l'entrée proposée : état initial, transformation, état final.

Du point de vue logique, certaines de ces situations ne seront résolues qu'au CM.

- **La place de la représentation dans la résolution de problèmes, J. Julo et G. Houdebine (IREM de Rennes).**

L'observation d'adolescents en difficulté, les a amenés à faire l'hypothèse que si ces élèves ne trouvent pas la solution, ce n'est pas forcément un problème de structure (opérateur) ou de connaissance, mais peut-être de représentation.

Leur représentation du problème peut être :

- Inexistante, il faut alors les intéresser.
- Partielle, les élèves mènent une investigation mais ne vont pas au bout de leur démarche.
- Inadéquate par rapport à la situation proposée.

Comment aider ces élèves à construire des représentations au plus près des structures des problèmes ?

- Proposer aux élèves trois énoncés de problèmes isomorphes (même structure relationnelle, même données numériques). Ils doivent lire les trois problèmes et résoudre celui de leur choix.

On observe alors une amélioration des capacités de résolution de problème des élèves.

Le fait de lire les trois énoncés permettrait de structurer davantage la représentation du problème.

Le fait de choisir un des trois problèmes permettrait de choisir l'énoncé le plus proche de la réalité de l'élève.

Ils ont observé que les mieux réussis étaient ceux qui n'avaient pas de connotation affective.

- Associer des schémas et des énoncés de problèmes.

- Varier les modes de représentation des données. (Ex. couleurs : rouge = 3 x jaune)

- Varier sans cesse les formes d'énoncés.

- Donner une série d'affirmations de type hypothético-déductif (si ... alors), l'élève doit dire si elles sont vraies ou fausses.

- **Travailler « autour » du problème.**

Travailler sur la chronologie des actions, la succession des jours, sur la conceptualisation temporelle (formation GEPALM).

Un problème se déroule toujours dans le temps.

État de départ à arrivée, il s'est passé quelque chose dans le temps.

Construire un objet, défaire, refaire. (Well- Barais)

Travailler les capacités d'anticipation (Boîte à transformation, J.-L. Paour).

Viviane Caramigeas et Valérie Blin