Compte rendu de la réunion du groupe nord de l'AME79, le mardi 9 décembre 2003, à l'école de Saint Varent

Nous étions cinq à poursuivre le travail dans la classe de Denis Bellin: Denis, Sylviane Hérault, Alain Gaufreteau, Séverine Lamy et Jean-Pierre Chevalier

Muriel Guérineau n'avait pas pu venir, mais elle nous a envoyé le travail qu'elle avait effectué à partir du livre de **Van Hout/Meljac, portant sur l'acquisition du nombre, avec son chapitre sur la résolution de problèmes.**
La plupart des obstacles rencontrés découle de l'énoncé lui-même. L'interprétation de celui-ci par le lecteur est l'une des clefs de découverte de la solution. La donnée verbale occupe une place prépondérante dans la résolution de problème.
Les difficultés des problèmes sont différentes selon le type de problème rencontré: transformation d'état initial, comparaison, recherche sur ce qui s'est passé avant l'état final ou recherche de l'état initial (le problème devient plus complexe parce qu'il faut gérer le temps à rebours).
La procédure de résolution est indépendante de la quantité mise en jeu dans le problème. Le calcul est pour peu de chose, voire rien du tout. La découverte de la solution est liée à l'efficience des fonctions exécutives de l'enfant:
- inhiber l'inutile.
- se recentrer sur les données pertinentes (celles qui contiennent une opération potentielle).

La nature de la question et la façon dont elle est posée permettent de découvrir ou non la solution. La place de la question au cours de la lecture de l'énoncé est, elle aussi, essentielle (Devidd et al. 1997). Si elle est lue avant l'énoncé, les résultats sont plus faciles à découvrir, cette stratégie favorise le mauvais calculateur, qu'il soit bon ou mauvais lecteur.
Il existe une progression dans la résolution des problèmes: un énoncé d'un problème peut conduire à des questions à tiroirs avec des sous- problèmes à résoudre avant d'arriver à la solution de la question finale. L'aide à la gestion que peut fournir l'explicitation des questions intermédiaires est alors tout à fait considérable. Par exemple, dans le problème suivant: “ La dame part faire des courses avec 100 francs, elle achète deux crayons qui coûtent chacun 2 francs et une livre à 4 francs. Peut-elle encore acheter des crayons, et combien?” Vitesse et précision seront meilleures si l'examinateur demande successivement: “ Combien a-t-elle dépensé pour acheter les crayons ? Combien a-t-elle dépensé en tout ? Lui reste-t-il de l'argent et combien ? Combien de crayons peut-elle acheter avec l'argent restant ? ”
Expliciter ces questions intermédiaires ne constitue en fait qu'un mode de gestion des sous problèmes posés par une question finale synthétique qui serait “ peut-elle acheter plus de crayons que prévu ? ”, par exemple.
Donc, dans la résolution de problèmes, le raisonnement est premier par rapport au comptage ou au calcul. L'enfant doit pouvoir construire sa représentation; la manière dont est posée la question est donc importante, ainsi que les sous questions qu'elle permet de développer; le travail d'explicitation, d'émergence des représentations est donc important.

La lecture du chapitre du guide de l'enseignant, dans Tedi Maths, intitulée "Des calculs à la résolution de problèmes", nous a permis de nous représenter un peu mieux **les différents types de problèmes mathématiques**, tels que nous les rappelle Vergnaud par ailleurs..
A opération mathématique constante, le taux de réussite à un problème donné peut varier très fortement suivant le type de situation dans laquelle ce problème a été présenté.
Par exemple, le calcul numérique “ 8-5= ? ” permet de résoudre les quatre problèmes suivants :

1.“ Jean avait huit billes. Il en a donné cinq à Pierre. Combien de billes Jean a-t-il maintenant ? ”
2.“ Jean avait cinq billes. Pierre lui en a donné. Jean a maintenant huit billes. Combien de billes Pierre a-t-il donné à Jean ? ”
3.“ Jean et Pierre ont ensemble huit billes. Jean a cinq billes. Combien de billes a Pierre ? ”
4.“ Jean a huit billes. Il a cinq billes de plus que Pierre. Combien Pierre a-t-il de billes ? ”

D'après les données de Riley, Greeno et Keller (1983), ces problèmes conduisent à, respectivement, 100%, 56%, 39% et 11% de réussite au CP; ceci s'explique parce qu'ils renvoient à quatre types de problèmes:

- *Les problèmes de changement.*
  - Une situation initiale est modifiée par un changement de type additif (voir pb. 2)
  - de type soustractif (voir pb. 1)

et aboutit à un état final. L'inconnue peut alors porter sur l'état initial, la transformation (pb. 2) ou sur l'état final (pb. 1).

- *Les problèmes de combinaison.* Il s'agit de situations statiques dans lesquelles deux sous-ensembles et leur regroupement sont considérés. L'inconnue peut porter sur l'un des sous-ensembles (pb. 3) ou sur le total.
- *Les problèmes de comparaison.* Ils correspondent à des situations statiques dans lesquelles il s'agit de comparer deux sous ensembles. Les comparaisons peuvent être du type de plus ou de moins et l'inconnue peut porter sur la relation de comparaison ou l'un des deux sous-ensembles (pb. 4).
- *Les problèmes d'égalisation.* Ils partent de deux sous-ensembles différents. Il s'agit de voir quelle transformation peut-être appliquée à l'un ou à l'autre pour obtenir une égalisation. Par exemple, “ Jean a trois billes, Pierre en a huit, que doit faire Pierre pour en avoir autant que Jean ? ”

Deux facteurs ont un impact important sur la réussite de l'enfant:

- le type de problème;
- le lieu de l'inconnue.

Les problèmes de changement sont les plus faciles.
Les problèmes de comparaison sont les plus sujets à erreurs.
Le taux de réussite est meilleur quand la question porte sur l'état final plutôt que sur l'état initial.
Certaines interactions entre ces deux facteurs doivent aussi être considérées.

- ⇒ dans les problèmes de changements ou de comparaison l'effet du lieu de l'inconnue est important.
- ⇒ dans les problèmes de comparaison il ne l'est pas.

La nature des transformations (positive ou négative) n'affecte pas la réussite des problèmes de changement.
Le type de relation (“ de plus ” ou “ de moins ”) n'influence pas la résolution de problèmes de comparaison.
La résolution de problèmes met en œuvre des compétences arithmétiques, mais aussi des compétences verbales (de lecture ou de compréhension verbale) et représentationnelle (y compris des capacités exécutives telle que la planification).

Certaines difficultés peuvent engendrer un échec:

- ⇒ des capacités arithmétiques pauvres (c'est-à-dire un réseau de faits arithmétiques inadéquat parce que les opérations à réaliser sont sujettes à erreurs l'utilisation d'algorithme de calcul (à défaut d'une récupération en mémoire à long terme de la solution) utilise des ressources de la mémoire de travail, ce qui vient grever le processus de représentation et de compréhension du problème lui-même (Zentall et Ferkis 1993).

⇒ des difficultés langagières et aussi de lecture (un déchiffrage laborieux empêche alors une compréhension globale de la situation permettant une représentation du problème).

⇒ difficultés d'ordre lexicales (comprendre les concepts de distance, de géométrie, de temps, de comparateurs ou autre).

⇒ enfin, d'autres enfants éprouveraient des difficultés dans la représentation même du problème (Hutchinson, 1993 ; Zawaiza et Gerber, 1993).

Pour terminer, Sylviane nous a présenté la Conférence de **Michel Vinais-déc.2001**: **DIFFICULTES EN RESOLUTION DE PROBLEMES MATHEMATIQUES**

⇒ “ Raisonner c’est faire des inférences. ”

⇒ La difficulté principale réside dans le fait que les élèves enclenchent une réponse sans se poser le sens de la question.

I) Définition de l’activité de résolution de pb.

Un problème comprend une situation initiale avec un but à atteindre. Le sujet doit élaborer une suite d’actions (objets concrets, situations vécues et pas seulement représentées) ou une suite d’opérations (actions intériorisées ; capacité à agir sur la symbolique mathématique) pour atteindre ce but.

Il n’y a de problème que dans le rapport sujet-situation où la solution n’est pas disponible d’emblée mais possible à construire.

La résolution de problèmes recouvre deux types d’activités :

⇒ exercices d’application dont la présentation change.

⇒ problèmes dans lesquels l’élève doit
- mettre en œuvre ses compétences
- mobiliser ses connaissances
- gérer les données
- inventer
- contrôler
- valider.

II) Les difficultés autour de la résolution de pb.

Elles renvoient à différents domaines :

⇒ numérique

⇒ énoncé du problème en trois langages, ordinaire, mathématique et symbolique

⇒ lecture

⇒ traitement de l’info

⇒ symbolique

⇒ raisonnement (“ Penser c’est faire des liens ” Feuerstein)

⇒ questionnement (sens critique)

⇒ affectif

⇒ contrat didactique (attente de l’enseignant + ou – explicite)

III) Analyse des différentes situations-pbs.

⇒ situations. fonctionnelles : rapport avec la réalité de la classe. (compétences procédurales).

⇒ situations. pseudo-concrètes : on fait comme si. (dans les manuels).
⇒ situations. abstraites : sur les nombres eux-mêmes.

IV) Stratégies mises en œuvre.

Elles sont fonction des compétences de chacun : dessin (de toutes. les solutions), référence topologique, référence mathématique.

L'élève doit comprendre que chercher fait partie de cette activité.

V) Pistes de remédiation.

D'après Gérard Vergnaud, l'élève doit être confronté à une grande diversité de situations avant d'être capable de résoudre…

Il existe quatre grandes classes de situations problèmes.

⇒ composition de deux états.
⇒ transformation d'un état.
⇒ comparaison d'états.
⇒ composition de transformations.

D'après J.Julo et G.Houdebine, si les élèves ne trouvent pas la solution, c'est peut-être une difficulté de représentation (et pas un problème de structure opératoire ou de connaissance).

La représentation du problème. peut être inexistante, partielle ou inadéquate.

Comment les aider ?

⇒ Leur proposer des problèmes. isomorphes (même structure relationnelle, mêmes données numériques) pour qu'ils choisissent l'énoncé le plus proche de leur réalité.
⇒ Associer des schémas et des énoncés.
⇒ Varier les modes de représentations des données.
⇒ Varier les formes d'énoncés.
⇒ Donner une série d'affirmations de type hypothético-déductif (si…alors) l'élève répond par VRAI ou FAUX.

Travailler " autour " du pb.

⇒ Sur la chronologie des actions, la succession des jours, la conceptualisation temporelle.
⇒ Etat de départ arrivée, que s'est-il passé ?
⇒ Construire, défaire, refaire.
⇒ Travailler les capacités d'anticipation (boîte à transformations de J.L.Paour).

La prochaine rencontre est fixée au mardi 27 janvier 2003, à 17H30, toujours à l'école de Saint Varent, dans la classe de Denis.

Denis, Nicolas, Alain et Jean-Pierre présenteront la partie prévue qui leur échoit.