Compte Rendu de la réunion du groupe nord de l'AME 79 le mardi 9 mars 2004 à Saint Varent.

Etaient présents: Alain Gaufreteau, Séverine Lamy, Muriel Guérineau, Denis Bellin, Nicolas Jadaud, Sylviane Hérault, Jean-Pierre Chevalier

Nicolas nous a fait part d'une recherche de Julo, montrant l'importance de la représentation du problème pour sa résolution.

Ce qui compte, pour la résolution d'un problème, c'est la représentation qu'on s'en fait, ce qui peut être facilité par la prise en compte de diverses variables:

- la place de la question;
- le nombre d'informations dans l'énoncé;
- la situation des informations dans l'énoncé;
- la richesse de la langue;
- la forme, la longueuer du problème;
- le contenu réaliste ou abstrait de l'énoncé, qui renvoie ou non à ce que vivent les enfants;
- la taille des nombres, leur nature;
- la dimension affective;
- le contrat didactique.

Julo dresse le répertoire des aides qui peuvent être apportées à l'élève pour améliorer ses représentations:

- l'aide à la représentation ne consiste pas à donner à l'enfant des processus à suivre obligatoirement;
- il est important de privilégier l'activité de l'élève et sa réussite;
- il est possible de procurer une aide sur l'énoncé, en:
  - travaillant sur l'information manquante;
  - rajoutant des tâches pour faciliter la représentation;
  - donnant le choix entre trois énoncés de problèmes isomorphes.
- l'aide en cours de travail consiste à simplifier les nombres si nécessaire, partir de l'état final et aller à rebours, permettre les échanges, la métacognition, le travail de groupe..

Alain nous a présenté un texte de Planchon sur le thème problème de mathématique, mathématique du problème » .

Un problème éveille des émotions, suscite des réactions, sollicite des comportements symptomatiques à maints égards de notre façon d'appréhender le réel. Ce n'est pas le choc des cultures mais le choc des structures : une structure de départ (la situation problème, l'énoncé) qui nous est donnée et une structure finale (la solution) englobant la première et qui est soit à inventer soit à retrouver. Entre les deux: le vide. Traiter le problème revient alors à réunir les deux pôles.

D'un point de vue technique, la résolution du problème passe par la mise en œuvre d'un certain nombre d'outils relevant en fait de l'exploitation de problèmes antérieurement résolus :

- les théorèmes, propriétés, définitions, lois, concepts et techniques assimilés par l'apprenant
- les problèmes mathématiques déjà connus de l'apprenant

C'est au cours, au décours souvent, d'une activité tour à tour dispersive et intégrative que surgit la révélation du chaînon manquant susceptible de faire le lien entre ce que l'on a et ce vers quoi l'on tend.

Pour traiter un problème, en effet, il faut pouvoir (et l' énumération n'est pas exhaustive) se prendre au jeu d'une supporter des émotions souvent intenses, s'activer à imaginer des hypothèses, à bâtir des stratégies, à alimenter un questionnement permanent, s'arracher à la paralysie qui tend à envahir l'esprit, se hasarder dans l' inconnu sans savoir si l'on va trouver, tolérer un certain désordre intérieur, se plier à vérifier et critiquer les cheminements dans lesquels on s'est engagé, s'exposer à l'erreur et à l'échec.

On peut alors tout à fait comprendre qu' il soit plus confortable et surtout plus économique à certains de court-circuiter purement et simplement le temps de la recherche - temps de la mobilisation et de l'incertitude intellectuelles. En ce cas, on voit l'apprenant attendre que la solution lui soit donnée, estimant -à tort- que comprendre le corrigé revient à savoir faire le problème. L'illusion - sous-jacente à une telle attitude est que la solution pourrait être trouvée sans avoir à être cherchée.

De telles stratégies, plus ou moins conscientes, ont leur logique propre, qui est celle de l'exonération et de l'apaisement à court terme. l'effort de construction n'intervient pas seulement en amont de la découverte mais également en aval.

Une fois la solution trouvée il faut encore s'astreindre à la valider : pour soi avec la recherche de preuves, pour autrui au moyen d'une mise en mots. Une telle communication contraste fortement avec le désordre chaotique dans lequel a baigné l'investigation qui l'a précédé - désordre auquel pourtant elle doit tout.

On le voit, s'engager dans la résolution de problèmes revient à entamer une odyssée impliquant l'individu dans la globalité de son fonctionnement psychologique et mental.

Jean-Pierre nous a présenté le résumé d'un lire de Françoise Duquesne, intitulé « Apprendre à raisonner en mathématiques, à l'école et au collège.

Cet ouvrage s'adresse aux enseignants des premiers et seconds degrés qui cherchent à faire raisonner leurs élèves en mathématiques, et tout particulièrement lorsqu'ils maîtrisent difficilement la langue française ou qu'ils sont sourds.

Qu'est ce que raisonner en mathématiques?

La première partie permet de déterminer l'enjeu des notions mathématiques fondamentales, à partir de leur signification et de leur raison d'être dans l'ensemble des savoirs mathématiques.

Il existe différentes formes de raisonnement en mathématiques: la déduction, l'induction, le raisonnement expérimental, le raisonnement par analogie, par l'absurde, par récurrence, et probabiliste.

Selon la logique classique, raisonner c'est faire preuve de syllogisme, déduction, contraposition, démonstration…

La relativité de la vérité mathématique au fil des découvertes scientifiques rappelle qu'il est important de donner du sens aux vérités mathématiques relativement à un cadre.

Les lois de la logique mathématique sont celles de la logique des propositions (conjonction, disjonction, implication) ainsi que celle de la logique des prédicats qui permet d'exprimer des relations entre objets.

D'autres lois régissent aussi le raisonnement mathématique: les statistiques et probabilités permettent une mathématisation du hasard (il est important de développer chez l'enfant les capacités à envisager plusieurs solutions à un problème, et même tous les possibles pour un problème). Les théories du chaos et des fractales sont aussi d'autres modélisations du hasard et des irrégularités. Très tôt, il est important d'initier les élèves à la relativité des vérités et des raisonnements en permettant à l'enfant d'entrer dans des démarches de modélisation où il modifie continuellement son point de vue.

Comment apprendre à raisonner en mathématiques?

La seconde partie privilégie une démarche pédagogique pour amener les élèves à élaborer des connaissances et raisonnements mathématiques, en reliant les situations familières qui fondent leurs conceptions, et les situations de référence culturellement identifiées qui fondent les concepts. Le choix retenu est d'entrer dans les apprentissages par l'expérience et par l'action, plutôt que de privilégier l'entrée par le langage.

Le développement des capacités de raisonnement se fait à partir d'éléments familiers dont on possède déjà une représentation. Les connaissances transforment et enrichissent le raisonnement en permettant de résoudre et dépasser des conflits; il est donc important de permettre la confrontation des idées de l'enfant avec elles des autres.

Pour progresser des conceptions aux concepts, il faut s'appuyer sur des conceptions initiales, identifier les connaissances implicites qui résistent, transformer ses connaissances, déstabiliser ses conceptions antérieures, favoriser l'expression de points de vue divergents, placer l'enfant devant de vrais problèmes. Il ne faut pas réduire le signifié aux situations, ni aux signifiants, et un concept aux savoir-faire qui lui sont associés. Il faut concevoir l'apprentissage de l'abstraction dans la diversité, prendre en considération la complexité nécessaire de tout apprentissage mathématique, envisager l'élaboration de raisonnements mathématique sur le long terme.

Pour exprimer un raisonnement, transformer les outils en objets de pensée, le langage est nécessaire. Ceci revient donc à

- s'approprier un lexique, avec des mots appartenant strictement au langage mathématique et d'autres appartenant au langage courant. Certains termes mathématiques ont des significations qui évoluent au cours de la scolarité et suivant les contextes mathématiques auxquels ils se réfèrent.
- Construire des phrases mathématiques;
- Comprendre et produire des énoncés mathématiques;
- Comprendre et résoudre des problèmes; comprendre un énoncé de problème, c'est produire des inférences, interpréter la situation initiale, le but à atteindre, les actions autorisées pour relier une situation à l'autre.
  - Construire une première représentation du problème;
  - Changer de représentation pour mieux raisonner;
  - Modéliser la représentation pour agir;
  - Traiter le modèle pour aboutir à la solution.

Valider un raisonnement passe par le débat en mathématiques, qui nécessite de mettre en évidence une preuve (faire des essais, des conjonctures, prouver ses conjonctures), d'utiliser divers processus de preuve (pragmatique, empirique, démonstrative), de développer chez l'enfant le besoin de justifier une réponse, expliquer ses procédures et résultats, argumenter pour justifier son point de vue, convaincre son auditoire, démontrer pour établir la vérité d'une proposition.

A ce sujet, la géométrie est un exemple privilégié pour s'initier au raisonnement: elle est un enjeu important, que ce soit dans la vie ou dans les sciences; elle permet de se représenter le réel; elle fait appel à trois modes de connaissance (l'intuition, l'expérience, la déduction). Il est important de parvenir à la distinction entre dessin et figure géométrique.

Des activités de raisonnement mathématique en classe

Enfin, par le biais de propositions concrètes, les enseignants sont incités à placer les élèves aussi tôt que possible dans des situations interactives de justification et d'argumentation: jeu du portrait en CE1/CE2, premiers pas géométriques en SEGPA, télégramme géométrique, utilisation du logiciel Cabri-Géomètre.

Pour conclure,

Raisonner, c'est:

⇒ Produire des nouvelles connaissances à partir des anciennes;

⇒ Conceptualiser;

⇒ Modéliser, comprendre la relation des mathématiques avec la réalité;

⇒ Apprendre

⇒ Construire ensemble une signification du monde.

Suite envisagée à ce travail

Nous avons prévu de nous retrouver à Saint Varent le mardi 13 avril à 17H30. Nous allons essayer de produire un document qui synthétise et reprenne ces divers apports des deux dernières réunions, avec le plan suivant:

1. définition de l'activité de résolution de problèmes;
2. les difficultés autour de la résolution de problèmes;
3. analyse des différentes situations problèmes;
4. stratégies mises en oeuvre;
5. pistes de remédiation