Compte rendu de la réunion du groupe nord de l'AME79, le mardi 8 juin 2004, à l'école de Saint Varent

Nous étions cinq à poursuivre le travail dans la classe de Denis Bellin: Sylviane Hérault, Alain Gaufreteau, Séverine Lamy, Muriel Guérineau et Jean-Pierre Chevalier.
Nicolas Jadaud et Denis Bellin ne pouvaient pas être là.

Comme prévu le 9 mars, nous avons donc essayé de remettre en forme ce que nous avons approfondi cette année sur la résolution de problèmes. L'an prochain, il nous restera à chercher, élaborer, collationner les outils, démarches, activités qui permettent d'aider des élèves en difficulté à développer leurs stratégies et processus de résolution de problèmes.

Définition de l'activité de résolution de problèmes;

Un problème comprend une situation initiale avec un but à atteindre. Le sujet doit élaborer une suite d'actions (objets concrets, situations vécues et pas seulement représentées) ou une suite d'opérations (actions intériorisées ; capacité à agir sur la symbolique mathématique) pour atteindre ce but.

Il n'y a de problème que dans le rapport sujet-situation où la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire.

La résolution de problèmes recouvre deux types d'activités :

⇒ exercices d'application dont la présentation change.

⇒ problèmes dans lesquels l'élève doit
- mettre en œuvre ses compétences
- mobiliser ses connaissances
- gérer les données
- inventer
- contrôler
- valider.

Un problème éveille des émotions, suscite des réactions, sollicite des comportements, symptomatiques à maints égards de notre façon d'appréhender le réel. Ce n'est pas le choc des cultures mais le choc des structures : une structure de départ (la situation problème, l'énoncé) qui nous est donnée et une structure finale (la solution) englobant la première et qui est soit à inventer soit à retrouver. Entre les deux: le vide. Traiter le problème revient alors à réunir les deux pôles.

Pour traiter un problème, il faut pouvoir se prendre au jeu de:
- supporter des émotions souvent intenses,
- s'activer à
- imaginer des hypothèses,
- bâtir des stratégies,
- alimenter un questionnement permanent,
- s'arracher à la paralysie qui tend à envahir l'esprit,
- se hasarder dans l'inconnu sans savoir si l'on va trouver,
- tolérer un certain désordre intérieur,
- se plier à, vérifier et critiquer les cheminements dans lesquels on s'est engagé,
- s'exposer à l'erreur et à l'échec.

Les difficultés autour de la résolution de problèmes;

Ces difficultés peuvent relever de plusieurs ordres:
- difficultés langagières (lecture et compréhension du texte, lexicale)
- difficultés de représentation et compréhension de l'énoncé;

- difficultés d'ordre psychologique ou d'investissement affectif (être capable de se hasarder dans l'inconnu)

Elles renvoient à différents domaines :

- **arithmétique**: quelles sont les capacités arithmétiques de l'élève, quelle représentation du nombre a-t-il, quelle est sa maîtrise du système numérique? Le réseau de faits arithmétiques est inadéquat quand les opérations à réaliser sont sujettes à erreurs, quand l'utilisation d'algorithme de calcul (à défaut d'une récupération en mémoire à long terme de la solution) utilise des ressources de la mémoire de travail. Le processus de représentation et de compréhension du problème lui-même ne peut alors être opérant, comme pour un enfant qui ne peut comprendre un texte tellement il est absorbé par des processus de décodage.
- énoncé du problème en trois **langages**, ordinaire, mathématique et symbolique
- **lecture**: s'agit-il de difficultés d'ordre lexical (comprendre les concepts de distance, de géométrie, de temps, de comparateurs ou autre), de prises d'indices, de gestion de la compréhension de l'énoncé écrit, d'un déchiffrage laborieux qui empêche l'activation de la compréhension?
- **traitement de l'info**: l'élève peut-il inhiber l'inutile, se recentrer sur les données pertinentes, enlever les données inutiles, retrouver la question qui correspond à un énoncé, retrouver l'information qui manque dans un énoncé?.....
- **raisonnement**: il existe différentes formes de raisonnement en mathématiques: la déduction, l'induction, le raisonnement expérimental, le raisonnement par analogie, par l'absurde, par récurrence, et probabiliste. Selon la logique classique, raisonner c'est faire preuve de syllogisme, déduction, contraposition, démonstration…Les lois de la logique mathématique sont celles de la logique des propositions (conjonction, disjonction, implication) ainsi que celle de la logique des prédicats qui permet d'exprimer des relations entre objets. D'autres lois régissent aussi le raisonnement mathématique: les statistiques et probabilités permettent une mathématisation du hasard (il est important de développer chez l'enfant les capacités à envisager plusieurs solutions à un problème, et même tous les possibles pour un problème). Les théories du chaos et des fractales sont aussi d'autres modélisations du hasard et des irrégularités. Très tôt, il est important d'initier les élèves à la relativité des vérités et des raisonnements en leur permettant d'entrer dans des démarches de modélisation où ils modifient continuellement leur point de vue.
- **questionnement** (sens critique)
- **symbolique**: peut-il se représenter le problème, prendre de la distance par rapport à l'énoncé, se décentrer face à l'énoncé?
- **affectif**: gérer ses émotions, concevoir qu'il existe autre chose que ce qu'on se représente; s'exposer à l'erreur, et à l'échec, affronter l'inconnu....
- **contrat didactique**: l'attente de l'enseignant est plus ou moins explicite. Les énoncés canoniques trop convenus ou répétitifs induisent parfois des réponses automatiques; certains mots induisent rapidement des opérations (si André a cinq billes de moins que Jacques, on fait rapidement une soustraction pour calculer combien de billes a Jacques quand on connaît le nombre de billes d'André).

Analyse des différents types de problèmes mathématiques;

A opération mathématique constante, le taux de réussite à un problème donné peut varier très fortement suivant le type de situation dans laquelle ce problème a été présenté.

Par exemple, le calcul numérique “ 8-5= ? ” permet de résoudre les quatre problèmes suivants :

1.“ Jean avait huit billes. Il en a donné cinq à Pierre. Combien de billes Jean a-t-il maintenant ? ”
2.“ Jean avait cinq billes. Pierre lui en a donné. Jean a maintenant huit billes. Combien de billes Pierre a-t-il donné à Jean ? ”

3.“ Jean et Pierre ont ensemble huit billes. Jean a cinq billes. Combien de billes a Pierre ? ”
4.“ Jean a huit billes. Il a cinq billes de plus que Pierre. Combien Pierre a-t-il de billes ? ”

Ces problèmes conduisent à, respectivement, 100%, 56%, 39% et 11% de réussite au CP; ceci s'explique parce qu'ils renvoient à quatre types de problèmes:

- *Les problèmes de changement.*
  - Une situation initiale est modifiée par un changement de type additif (voir pb. 2)
  - de type soustractif (voir pb. 1)

  et aboutit à un état final. L'inconnue peut alors porter sur l'état initial, la transformation (pb. 2) ou sur l'état final (pb. 1).
- *Les problèmes de combinaison.* Il s'agit de situations statiques dans lesquelles deux sous-ensembles et leur regroupement sont considérés. L'inconnue peut porter sur l'un des sous-ensembles (pb. 3) ou sur le total.
- *Les problèmes de comparaison.* Ils correspondent à des situations statiques dans lesquelles il s'agit de comparer deux sous ensembles. Les comparaisons peuvent être du type de plus ou de moins et l'inconnue peut porter sur la relation de comparaison ou l'un des deux sous-ensembles (pb. 4).
- *Les problèmes d'égalisation*. Ils partent de deux sous-ensembles différents. Il s'agit de voir quelle transformation peut-être appliquée à l'un ou à l'autre pour obtenir une égalisation. Par exemple, “ Jean a trois billes, Pierre en a huit, que doit faire Pierre pour en avoir autant que Jean? ”

Deux facteurs ont un impact important sur la réussite de l'enfant:
- le type de problème;
- le lieu de l'inconnue.

Les problèmes de changement sont les plus faciles.
Les problèmes de comparaison sont les plus sujets à erreurs.
Le taux de réussite est meilleur quand la question porte sur l'état final plutôt que sur l'état initial.
Certaines interactions entre ces deux facteurs doivent aussi être considérées.
⇒ dans les problèmes de changements ou de comparaison l'effet du lieu de l'inconnue est important.
⇒ dans les problèmes de comparaison il ne l'est pas.
La nature des transformations (positive ou négative) n'affecte pas la réussite des problèmes de changement.
Le type de relation (“ de plus ” ou “ de moins ”) n'influence pas la résolution de problèmes de comparaison.
La résolution de problèmes met en œuvre des compétences arithmétiques, mais aussi des compétences verbales (de lecture ou de compréhension verbale) et représentationnelle (y compris des capacités exécutives telle que la planification).

Stratégies mises en œuvre;

Les stratégies mises en œuvre sont relatives aux compétences de chacun : dessin (de toutes. les solutions), référence topologique, référence mathématique.

Pour progresser des conceptions aux concepts, il faut:
- s'appuyer sur des conceptions initiales,
- identifier les connaissances implicites qui résistent,
- transformer ses connaissances,

- ➢ déstabiliser ses conceptions antérieures,
- ➢ favoriser l'expression de points de vue divergents,
- ➢ placer l'enfant devant de vrais problèmes.

Raisonner, c'est:

⇒ Produire des nouvelles connaissances à partir des anciennes;
⇒ Conceptualiser;
⇒ Modéliser, comprendre la relation des mathématiques avec la réalité;
⇒ Apprendre
⇒ Construire ensemble une signification du monde.

Pour exprimer un raisonnement, transformer les outils en objets de pensée, le langage est nécessaire.

Ceci revient donc à

⇒ s'approprier un lexique, avec des mots appartenant strictement au langage mathématique et d'autres appartenant au langage courant. Certains termes mathématiques ont des significations qui évoluent au cours de la scolarité et suivant les contextes mathématiques auxquels ils se réfèrent.
⇒ construire des phrases mathématiques;
⇒ comprendre et produire des énoncés mathématiques;
⇒ comprendre un énoncé de problème, produire des inférences,
⇒ interpréter la situation initiale, le but à atteindre, les actions autorisées pour relier une situation à l'autre.
⇒ construire une première représentation du problème;
⇒ changer de représentation pour mieux raisonner;
⇒ modéliser la représentation pour agir;
⇒ traiter le modèle pour aboutir à la solution.

Pistes de remédiation

<u>*Pour progresser des conceptions aux concepts*</u>, il faut s'appuyer sur des conceptions initiales, identifier les connaissances implicites qui résistent, transformer ses connaissances, déstabiliser ses conceptions antérieures, favoriser l'expression de points de vue divergents, placer l'enfant devant de vrais problèmes. Il ne faut pas réduire le signifié aux situations, ni aux signifiants, et un concept aux savoir-faire qui lui sont associés. Il faut concevoir l'apprentissage de l'abstraction dans la diversité, prendre en considération la complexité nécessaire de tout apprentissage mathématique, envisager l'élaboration de raisonnements mathématique sur le long terme.

<u>*Valider un raisonnement*</u> passe par le débat en mathématiques, qui nécessite de mettre en évidence une preuve (faire des essais, des conjonctures, prouver ses conjonctures), d'utiliser divers processus de preuve (pragmatique, empirique, démonstrative), de développer chez l'enfant le besoin de justifier une réponse, expliquer ses procédures et résultats, argumenter pour justifier son point de vue, convaincre son auditoire, démontrer pour établir la vérité d'une proposition.

<u>*Le développement des capacités de raisonnement*</u> se fait à partir d'éléments familiers dont on possède déjà une représentation. Les connaissances transforment et enrichissent le raisonnement en permettant de résoudre et dépasser des conflits; il est donc important de permettre la confrontation des idées de l'enfant avec elles des autres.

Il ne faut pas réduire le signifié aux situations, ni aux signifiants, et un concept aux savoir-faire qui lui sont associés. Il faut concevoir l'apprentissage de l'abstraction dans la diversité, prendre en considération la complexité nécessaire de tout apprentissage mathématique, envisager l'élaboration de raisonnements mathématique sur le long terme.

Ce qui compte, pour la résolution d'un problème, c'est la représentation qu'on s'en fait, ce qui peut être facilité par la prise en compte de diverses variables:

- la place de la question;
- le nombre d'informations dans l'énoncé;
- la situation des informations dans l'énoncé;
- la richesse de la langue;
- la forme, la longueuer du problème;
- le contenu réaliste ou abstrait de l'énoncé, qui renvoie ou non à ce que vivent les enfants;
- la taille des nombres, leur nature;
- la dimension affective;
- le contrat didactique.

Les aides suivantes peuvent être apportées à l'élève pour améliorer ses représentations:

⇒ il est important de privilégier l'activité de l'élève et sa réussite;
⇒ il est possible de procurer une aide sur l'énoncé, en:
  ⇒ travaillant sur l'information manquante;
  ⇒ rajoutant des tâches pour faciliter la représentation;
  ⇒ donnant le choix entre trois énoncés de problèmes isomorphes.
⇒ l'aide en cours de travail consiste à simplifier les nombres si nécessaire, partir de l'état final et aller à rebours, permettre les échanges, la métacognition, le travail de groupe..